

# Gruppentheorie

Damian Osajda

damian.osajda@univie.ac.at

<http://www.math.uni.wroc.pl/~dosaj/GGTWien/dyd/Course.html>

Dienstag, 12:45–13:30

Seminarraum 11 Oskar-Morgenstern-Platz 1 2.Stock

Blatt 5

## Sylow-Untergruppen der Symmetrische Gruppe

- (1) Sei  $\mathbb{Z}_p$  die Untergruppe der Symmetrische Gruppe  $S_p$  durch  $(1\ 2\ \dots\ p)$  erzeugt. Zeige, daß  $\mathbb{Z}_p \wr \mathbb{Z}_p$  die Ordnung  $p^{p+1}$  hat, und eine Untergruppe von  $S_{p^2}$  ist.
- (2) Zeige, daß  $\mathbb{Z}_p^{\wr k} := (\dots((\mathbb{Z}_p \wr \mathbb{Z}_p) \wr \mathbb{Z}_p) \wr \dots) \wr \mathbb{Z}_p$  ( $k$ -mals  $\mathbb{Z}_p$ ) die Ordnung  $p^{(p^{k-1} + p^{k-2} + \dots + 1)}$  hat.
- (3) Zeige, daß  $S_n \times S_m$  zu einer Untergruppe von  $S_{n+m}$  isomorph ist.
- (4) Zeige, daß  $\mathbb{Z}_p^{\wr k}$  zur Untergruppe von  $S_{p^k}$  isomorph ist.
- (5) Sei  $p$  eine Primzahl und sei  $n = a_0 + a_1p + a_2p^2 + \dots + a_kp^k$ , mit  $a_k \neq 0$  und  $a_i \in \{0, 1, \dots, p-1\}$ . Zeige, daß die  $p$ -Sylow-Untergruppe von  $S_n$  die Ordnung  $p^{\sum_{i=1}^k a_i(1 + \dots + p^{i-1})}$  hat.
- (6) Zeige, daß die  $p$ -Sylow-Untergruppe von  $S_n$  (wie oben) zur folgende Gruppe isomorph ist:

$$(\mathbb{Z}_p^{\wr 1})^{a_1} \times (\mathbb{Z}_p^{\wr 2})^{a_2} \times \dots \times (\mathbb{Z}_p^{\wr k})^{a_k}.$$